

ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN SECUNDARIA

M.Sc. Cristian Alfaro Carvajal

Escuela de Matemática
Universidad Nacional
calfar@una.ac.cr

M.Sc. Ronny Gamboa Araya

Escuela de Matemática
Universidad Nacional
rgamboa@una.ac.cr

M.Sc. Yuri Morales López

Escuela de Matemática
Universidad Nacional
ymorales@una.ac.cr

Resumen: el objetivo de este trabajo es presentar a los docentes actividades diseñadas con material concreto y software dinámico orientadas hacia la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Palabras Clave: Geometría, material concreto, software, actividades educativas.

Equipo: Computadora, reproductor de multimedia.

1. INTRODUCCIÓN

La geometría ha sido considerada como el tema del currículo escolar donde los estudiantes aprenden a razonar y a ver la estructura axiomática de las Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000). Sin embargo, recientes investigaciones han señalado la existencia de problemas en la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Autores como Barrantes (2003) y Alfaro (2003), coinciden en que los temas más difíciles en el nivel de noveno año y bachillerato son geometría y álgebra, y los resultados de las pruebas nacionales reflejan esta problemática.

En el caso particular de geometría, la enseñanza muchas veces se ha centrado en resolver ejercicios “típicos” en donde el estudiante más que analizar una determinada situación o figura y justificar la respuesta mediante teoremas o definiciones geométricas, debe ejecutar un procedimiento algebraico para hallar la respuesta. Muchos de los ejercicios propuestos por el profesor durante la enseñanza de la geometría no toman en cuenta los aspectos de comprensión sino el manejo algebraico.

Por estas razones, este trabajo tiene como objetivo presentar actividades diseñadas con material concreto y software dinámico orientadas hacia la enseñanza y aprendizaje de la geometría, y dirigidas a profesores de secundaria con el fin de que sean analizadas, implementadas y constituyan una base para la creación de nuevas propuestas.

2. ALGUNAS CONSIDERACIONES DE RIGOR

2.1 La enseñanza de la geometría

La geometría ha sido catalogada como una asignatura de gran importancia en el desarrollo del individuo, ya que se considera como una herramienta necesaria para describir, comprender e interactuar con el entorno, así como una disciplina científica basada en procesos de formalización que tienen como eje central el rigor, abstracción y la generalidad (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2004). Es decir *“La geometría como cuerpo de conocimientos permite analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales, que favorecen la comprensión y admiración por el entorno natural”* (Lastra, 2005, p. 2).

Aunque la importancia de la enseñanza de la geometría radica, principalmente, en ser la disciplina donde los estudiantes llevan a cabo procesos de razonamiento, pareciera que en las aulas la situación es distinta. Barrantes y Blanco (2005) señalan algunas concepciones que estudiantes ya graduados tienen de la enseñanza de esta disciplina, entre las que se destacan:

- conciben la geometría escolar como una materia difícil, a la que se dedicaba poco tiempo;
- la geometría es una materia muy teórica, abstracta y complicada de entender, para la que se necesita una mayor capacidad de razonamiento;
- la dificultad de la geometría radica, principalmente, en la memorización de fórmulas y saber cuándo aplicarlas;
- los contenidos que más se estudian son los relacionados con la geometría plana; en la geometría espacial se profundiza menos;
- la pizarra y el libro de texto son los recursos más utilizados para la enseñanza de la geometría;
- las actividades geométricas son extraídas del libro de texto y suelen estar relacionadas con el estudio de elementos de las figuras, clasificación y sobre todo de medida.

El estudio anterior nos lleva a pensar, entonces, que las metodologías empleadas en clase no son las más adecuadas para la enseñanza de la geometría, pues se han centrado en la memorización de fórmulas y la solución de ejercicios rutinarios, dejando de

lado actividades de razonamiento, visualización y argumentación, que le exijan al estudiante un esfuerzo mayor.

Es por ello que en la enseñanza de la geometría se deben desarrollar distintas actividades que permitan una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación, que conduzcan a explicar, probar y demostrar hechos, así como incentivar la modelación matemática como una herramienta para comprender la actividad humana (MEN, 2004).

El profesor debe propiciar actividades que le permitan al alumno intuir resultados geométricos mediante observaciones, representaciones, construcciones, mediciones, entre otros, para que luego “pase” a un plano más formal, tomando en cuenta el desarrollo del individuo.

Es muy importante desarrollar en los alumnos habilidades de observación, percepción, representación gráfica, argumentación, habilidades lógicas y la relación de esta disciplina con otros campos (Barrantes, 2002).

2.2. El modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele surgió producto de la observación de los problemas cotidianos que se presentan en las aulas. Los Van Hiele eran dos esposos holandeses, profesores de secundaria, que reflexionaron sobre la problemática relacionada con la incomprensión, por parte de los estudiantes, de la materia que ellos les explicaban.

Este modelo incluye dos aspectos, uno descriptivo y otro prescriptivo. Jaime (1995) señala que el primero intenta explicar cómo razonan los estudiantes a través de una secuencia de niveles de razonamiento. La segunda parte del modelo da algunas pautas a seguir, llamadas fases de aprendizaje, para la organización del proceso de enseñanza con el fin de lograr que los estudiantes alcancen los distintos niveles de razonamiento.

2.2.1. Los niveles de razonamiento

Hay cinco niveles de razonamiento:

- Nivel 1: *Visualización o reconocimiento.*

En este nivel los conceptos son considerados de forma global, no se tienen en cuenta elementos, propiedades o atributos. No se generalizan características de una figura a otras de su misma clase. La descripción de los objetos se hace por percepciones visuales.

- Nivel 2: *Análisis*

En el segundo nivel el estudiante identifica y generaliza propiedades de un determinado concepto, pero no establece relaciones entre ellas. Todo descubrimiento o verificación lo hace a través de la experimentación. Para definir un concepto dan una lista de propiedades, agregando algunas innecesarias u omitiendo otras imprescindibles; no realizan clasificaciones inclusivas.

- Nivel 3: *Ordenación o clasificación*

La característica principal de este nivel es que los estudiantes pueden establecer relaciones entre las propiedades. Se parte de la experimentación para crear la necesidad de recurrir a una justificación formal a partir de propiedades conocidas, se aceptan definiciones nuevas de conceptos conocidos, aunque impliquen variación de algunas características de las anteriores y se utilizan clasificaciones inclusivas. Siguen las demostraciones, pero en la mayoría de los casos, no entienden su estructura. Se establecen relaciones entre los diversos conceptos a partir de sus definiciones.

- Nivel 4: *Deducción formal*

En el cuarto nivel se efectúan demostraciones formales, vinculando implicaciones simples para llegar desde la hipótesis hasta la tesis. Aceptan la existencia de definiciones equivalentes y de demostraciones alternativas.

- Nivel 5: *Rigor*

En este nivel se conoce la existencia de distintos sistemas axiomáticos (diversas geometrías). Se puede trabajar la geometría de manera más abstracta.

2.2.2. Fases del modelo de Van Hiele

Los Van Hiele elaboran una propuesta para la adquisición de nuevas habilidades de razonamiento por parte del alumno. Para cada fase se indica cómo deben ser las actividades propuestas y la intervención del profesor.

- Primera fase : *Información*

Esta fase permite que los alumnos conozcan el tipo de trabajo que van a hacer y que el docente descubra el nivel de razonamiento y el conocimiento que poseen sus alumnos sobre el nuevo tema. El docente y los estudiantes toman contacto con el material y los objetos a estudiar. Se hacen las primeras preguntas y se realizan las primeras observaciones, surgen las primeras cuestiones y se introduce el vocabulario específico.

- Segunda fase: *Orientación dirigida*

El profesor guía a los estudiantes para que estos descubran el conocimiento que se desea. Los alumnos exploran el tópico propuesto utilizando el material educativo según las orientaciones del docente. Las actividades permiten descubrir a los estudiantes las propiedades de los objetos o ideas matemáticas exploradas.

- Tercera fase: *Explicación*

Su objetivo es que los estudiantes sean conscientes de las características y propiedades aprendidas. Los alumnos construyen y expresan sus propios descubrimientos y el docente realizará las correcciones de lenguaje necesarias.

- Cuarta fase: *Orientación libre*

En esta fase las actividades deben permitir a los alumnos resolver nuevas situaciones con los conocimientos ya adquiridos. Los estudiantes realizan tareas más complicadas pudiendo ellos mismos orientar sus investigaciones; estos desarrollan capacidades de análisis cuando por sí mismos encuentran la explicación y justificación de sus resultados.

- Quinta fase: *Integración*

Tiene por objetivo establecer y completar los conocimientos adquiridos. Los estudiantes revisan los resultados y se forman una idea global de las relaciones y propiedades aprendidas. El rol del docente es ayudarlo a realizar esta síntesis de conocimientos, puede proponer resúmenes y recalcar los resultados más importantes.

El modelo tiene varias características que son importantes de conocer:

- *Secuencialidad*: en la adquisición de los niveles, no es posible alterar su orden.
- *Especificidad del lenguaje*: cada nivel tiene su lenguaje propio.
- *Paso de un nivel al otro*: el paso de nivel al otro no se hace de forma abrupta, sino que hay un periodo durante el cual se presenta razonamientos de dos niveles ("estado intermedio").
- *Globalidad y localidad*: las investigaciones parecen indicar que el nivel de razonamiento es local, es decir, el nivel en el que un estudiante se encuentra para un determinado concepto puede variar para otro.
- *Instrucción*: la adquisición de sucesivos niveles no es un aspecto biológico, pues intervienen en gran medida los conocimientos recibidos y la experiencia personal.

3. USO DEL MATERIAL CONCRETO

El material manipulativo o material concreto está constituido por todos aquellos recursos cuyo objetivo son incentivar en el estudiante el descubrimiento, así como profundizar y aplicar ciertas nociones mediante su manipulación y actividades.

El uso de materiales concretos se dio en la década de los sesentas en donde aparecen algunas bases teóricas en los trabajos de Zoltan Dienes (1960), citado por Báez y Hernández (2002), el cual plantea que cuando son los alumnos los que descubren por sí mismos determinadas relaciones matemáticas, su aprendizaje es mucho más consolidado y les resulta más fácil aplicarlo a nuevas situaciones (transferencias).

Por consiguiente, en lo propuesto por Dienes, los conceptos matemáticos deben ser inducidos, descubiertos por los alumnos a partir de una variedad de experiencias con diversos elementos, asimismo, se han hecho estudios sobre la importancia y efectividad del uso de dichos materiales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, Fennema (1972), citado por Báez y Hernández (2002), argumentó a favor del uso de materiales concretos para los primeros años, mientras que, para estudiantes mayores no sería lo mejor; no obstante, Svydam e Higgins (1977), citado por Báez y Hernández (2002), reportan patrones de beneficio para todas las edades en los estudiantes.

Según Cabello (2006) existen ciertas razones que justifican el uso de los materiales educativos en el proceso de aprendizaje:

- es un medio que estimula y orienta el proceso aprendizaje del estudiante;
- ofrecen a los alumnos experiencias de conocimiento difícilmente alcanzables en otros ambientes de aprendizaje;
- potencian las habilidades intelectuales en los alumnos;
- permiten la comunicación de ideas, sentimientos y opiniones de los alumnos;
- contribuyen al logro de los objetivos educacionales de una forma agradable, amena y objetiva.

De acuerdo a lo anterior, hay elementos a favor y en contra del uso de materiales concretos para la enseñanza, obviamente, intervienen muchos factores particulares que hacen que en determinados contextos sea eficiente su empleo y en otros no, lo que sí parece estar claro es que solamente el uso de material concreto no es suficiente para garantizar la apropiación del conocimiento matemático.

Según Báez y Hernández (2002), los resultados obtenidos en un taller de Matemáticas realizado en el Centro de Ciencia de Sinaloa muestran que los estudiantes, mediante la manipulación de las piezas geométricas, hicieron de las matemáticas una disciplina experimental en donde observaron y estudiaron patrones geométricos. De este modo, se determinaron algunas ventajas y desventajas:

Ventajas

- Con el uso del material concreto siempre se puede apelar al uso de la intuición.
- El material concreto tiene un fuerte carácter exploratorio, esto hace posible que los estudiantes hagan uso del razonamiento e inicien la discusión, como una sólida referencia para juzgar la validez de las afirmaciones. Es más efectivo usar los materiales concretos como un marco para la resolución de problemas, discusión, comunicación y reflexión.
- A medida que los estudiantes trabajan con las herramientas por un tiempo considerable y desarrollan el entendimiento de los conceptos matemáticos, paulatinamente se hacen menos dependientes de las mismas, de este modo, las piezas concretas constituyen un andamio hacia el entendimiento de ideas abstractas.

- El uso de piezas concretas no está en oposición con otros modelos. Así, los estudiantes son más independientes, y por lo tanto, seguros de sí mismos.
- El material didáctico manipulable es un complemento, no un sustituto de otras representaciones. En particular, las representaciones gráficas, la lista sistemática, la estimación y sobre todo la algebraica son extremadamente importantes. La función de las piezas manipulables es ayudar a enseñar matemáticas y que sirvan de puente para otras representaciones.

Desventajas

- Las piezas concretas no son la "solución mágica" a los problemas en el terreno matemático que algunos profesores le puedan asignar. El poder de las piezas manipulativas no puede ser usado efectivamente sin una adecuada preparación del profesor. Las piezas manipulables no hacen "fácil" a las matemáticas, y los profesores necesitan aprender como usarlas.
- Cuando los alumnos alcanzan un nivel sofisticado de manipulación de las piezas, pueden dar la imagen que entienden bien los conceptos matemáticos pero, no se debe olvidar que las piezas sólo son un pretexto para llegar a la etapa simbólica.
- La atención debe ser puesta en ayudar a transferir lo que los alumnos saben con las piezas manipulables a otras representaciones, incluida la simbólica, numérica, etc. La transferencia no se da espontáneamente.
- Existe el peligro de que el uso de piezas geométricas "fije" al alumno solamente al momento concreto. Es decir, si no se emplean adecuadamente las piezas geométricas o se abusa de ellas, el uso de modelos concretos puede ocultar lo que se pretende enseñar. Los modelos con piezas geométricas pueden anclar a los estudiantes a un contexto concreto, demorando la construcción de la sintaxis matemática.

Para la escogencia y elaboración del material concreto el profesor debe hacer uso de los recursos existentes, observarlos y analizar si responden a las necesidades de los estudiantes y si contribuyen para alcanzar los objetivos propuestos.

Mendoza, Quintanilla y Gallardo (2001) señalan que los recursos y materiales didácticos se emplean en la Educación Matemática con tres objetivos distintos:

- para favorecer la adquisición de rutinas;
- para modelizar ideas y conceptos matemáticos;

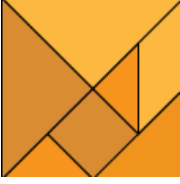
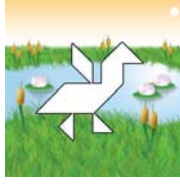
- para plantear problemas.

Los mismos autores apuntan que la utilización de recursos y materiales didácticos en el aula de matemáticas están condicionados por:

- el profesor, pues la formación del docente y sus concepciones sobre las matemáticas y su aprendizaje influyen notablemente a la hora de decidir la conveniencia de utilizar un determinado material didáctico con los alumnos;
- el alumno, pues el interés, la motivación y la disciplina son factores que se deben considerar al emplear recursos y materiales didácticos;
- el centro educativo; el ambiente de trabajo en el que se desenvuelve el profesor condiciona su labor como docente, pues si no cuenta con el apoyo institucional para llevar a cabo ciertas actividades, su labor se ve entorpecida;
- el conocimiento matemático a estudiar le exige al docente realizar un análisis de la metodología a utilizar y los materiales didácticos que empleará en él. Si bien algunos recursos pueden ser indispensables en el desarrollo de un tema, difícilmente su aplicación se pueda generalizar a todos los contenidos de las matemáticas.

Ejemplos de Materiales Concretos

Autor: Cotic N.(2000, p. 2)	Información visual
<p>El PODER de las TRAMAS</p> <p>La manipulación de material concreto permite introducir al alumno en situaciones que requieren destrezas de visualización y observación.</p> <p>Recursos materiales: TRAMAS de polígonos: triángulos equiláteros, paralelogramos, cuadrados, rombos, hexágonos, rectángulos, lápices de colores, papel transparente.</p> <p>Se propone a los alumnos que realicen diseños propios a partir de la trama que se eligió, con la condición que se generen losetas iguales. Está situación favorece la creatividad e imaginación, además de desarrollar la habilidad de aplicar lo que saben, justificar sus creaciones y hacer uso productivo del error.</p>	

Autor: PUEMAC(2004)	Información visual	
En este juego tienes que rellenar la figura que aparece delineada acomodando en su interior las distintas piezas que están afuera del paisaje. Usa el ratón para arrastrar esas piezas. Para hacerlas girar, ubica el puntero del ratón sobre alguna y presiona el botón derecho del mismo hasta que la pieza quede en la posición que quieras.	Piezas	Figura
		

4. USO DE SOFTWARE PARA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

4.1 Tipos de software en la enseñanza de la geometría

Uno de los factores involucrados dentro del cómo se aprende geometría es la visión con la que se adopte como verdadero un resultado, es decir, dependiendo del proceso de razonamiento que se utilice se determina la validez o no de una proposición.

Para algunos, una demostración geométrica debe basarse, únicamente, en una serie de proposiciones verdaderas, más ligadas con la lógica y los conjuntos que con las formas y figuras; de este tipo de argumentos se derivan varias conjeturas; por ejemplo Morales y Poveda (2008) afirman que *“la obsesión de demostrar los resultados geométricos, únicamente, mediante teoría de conjuntos y el álgebra, ha producido un recelo en la experimentación y creación de conjeturas mediante la visualización.”* (p. 2)

Lo anterior coloca al uso de herramientas de mediación, como el software, en la discusión; pues el uso de éste se puede enfocar en dos aspectos:

- para la exploración de posibles resultados que ayuden en el proceso de visualización para la elaboración de una demostración formal;
- utilizarlo como un medio para verificar que la conjetura se cumple para “muchos casos”, y partir de esta verificación, aceptarla como cierta.

En este contexto, el desarrollo de software ha tomado varios rumbos y en cada uno de estos se definen distintas utilidades y metas educativas. Por un lado (primer enfoque), se tiene el desarrollo de software tipo Material de Software Educativo (MEC) entre los que se pueden mencionar los paquetes de basados en Flash, Director y entornos de desarrollo de programación. Según Galvis (1992) estos a su vez pueden ser clasificados por su

utilidad en sistemas tutoriales, sistemas de ejercitación y práctica, simuladores y juegos educativos, lenguajes sintónicos y micromundos exploratorios, sistemas expertos con fines educativos y sistemas tutoriales inteligentes.

Por otro lado (segundo enfoque), existen los software orientados a la geometría de aproximación, mejor conocidos como software de geometría dinámica. Estos se pueden clasificar por su orientación como software exploratorio constructivo, orientado a la exploración y formación de conjeturas, y software constructivo deductivo donde, además de la exploración y construcción, el software proporciona la relación algebraica del concepto geométrico.

Dentro del tipo exploratorio constructivo se pueden mencionar Cabri, Geometer, Geogebra, Dr Geo, Compas and Ruler, CAR Metal, entre otros. En el caso de software constructivo deductivo podemos mencionar a Geometry Expressions.

Software educativo en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría	
Materiales educativos computarizados MEC's (Galvis, 1992) <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas tutoriales • Sistemas de ejercitación y práctica • Simuladores y Juegos educativos • Lenguajes sintónicos y micromundos exploratorios • Sistemas expertos con fines educativos • Sistemas tutoriales Inteligentes 	Software de geometría dinámica <ul style="list-style-type: none"> • Exploratorio - Constructivo (Cabri, Geometra, Geogebra, entre otros) • Constructivo - deductivo (Geometry Expressions)

Dentro de la clasificación propuesta se plantea una división del software de geometría dinámica con base en el desarrollo de software con motores algebraico – relacionales. Éste es un avance impresionante en la optimización del uso del computador para la exploración automática de relaciones dadas ciertas variables en las figuras geométricas.

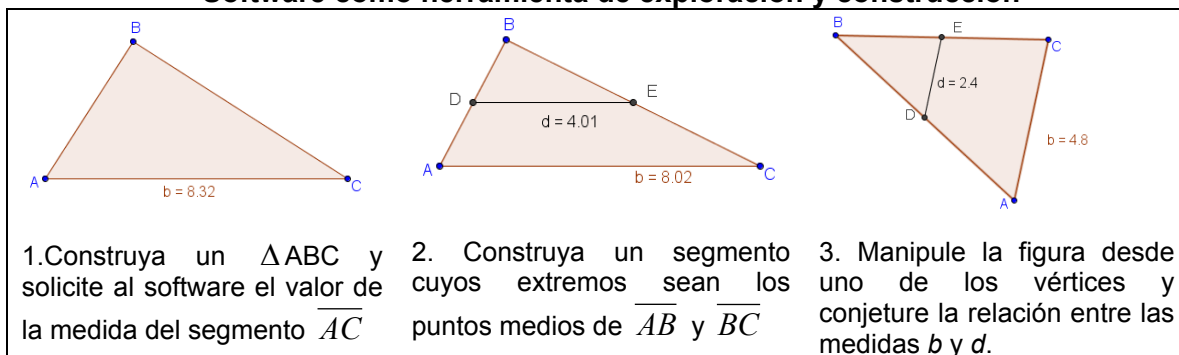
Para ejemplificar esta situación, se puede partir del teorema de la paralela media en un triángulo. Una situación que puede estimular la exploración del estudiante se basa en la

manipulación de distintos casos mediante una construcción sencilla en un software de geometría dinámica (instrucción guiada) (Figura 1).

De manera intuitiva se puede conjeturar que la medida del segmento \overline{DE} , que representa la paralela media, es la mitad de la medida del segmento \overline{AC} . Ciertas interrogantes pueden ser planteadas en torno a esta situación: ¿es realmente evidente para todos los estudiantes está relación? ¿Puede el estudiante llevar al álgebra otro tipo de relaciones en las que intervengan más elementos o conceptos? ¿Es realmente éste el trabajo que se requiere para aprender geometría a nivel de secundaria?

Evidentemente las posibilidades de exploración y visualización dentro de un software son necesarias pero no suficientes. Para comprender esto basta tratar de encontrar relaciones tipo $a^2 + b^2 < c^2$ en un triángulo, siendo a , b y c las medidas correspondientes de sus lados.

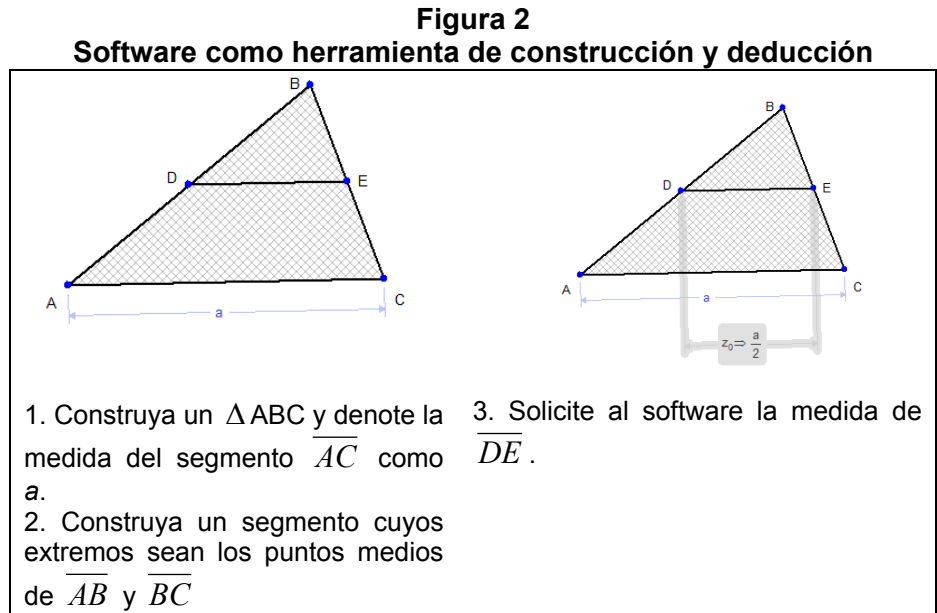
Figura 1
Software como herramienta de exploración y construcción



Si bien es cierto, en este caso la relación que guardan las medidas de los segmentos \overline{AC} y \overline{DE} es relativamente sencilla de descubrir, pues más que un problema de construcción, el software permite (si es el enfoque que se desea) reducir el problema geométrico a una relación algebraica.

Hasta este punto el software permite que se explore distintos casos y se establezca la conjetura entre las medidas de los lados que interesan. Lo relevante en este caso es cómo justificar o “demostrar” esta cualidad. Por un lado el software muestra finitos casos de la propiedad y, por otro, el estudiante conjetura y verifica para finitos casos.

Lo que hace al software tipo constructivo deductivo distinto a los mencionados es la capacidad de construir “la relación algebraica que guarda un concepto geométrico” (Figura 2).



Si el estudiante ha logrado interiorizar la construcción geométrica mediante el software (cuestiones como construir un punto medio, trazar un segmento, entre otros) y descubrir la relación, es posible que haya alcanzado la destreza para utilizar la herramienta de construcción de conocimiento.

Es decir, no puede asegurarse que conozca la propiedad algebraica de memoria pero sí se sabe, con certeza, que puede utilizar el software como herramienta de exploración, inclusive para una situación que ya haya resuelto. Evidentemente, en nuestro contexto (educación secundaria) es necesario utilizar el software como esa “herramienta de la mente” (Jonassen, 1998) en lugar de una prueba de la validez de una argumentación.

Lo anterior puede considerarse como evidencia de que la utilización del software en geometría no gira en torno a la capacidad de la herramienta sino más bien cómo mediar con ella.

Otros software, tanto libres como comerciales, que se utilizan para la enseñanza aprendizaje de la geometría son:

NOMBRE	TIPO	DESCRIPCIÓN
Cabri II	Propietario	Se trata de un excelente programa comercial diseñado para "hacer Geometría" al estilo sintético o métrico. Permite estudiar en el plano todo tipo de propiedades geométricas y lugares geométricos de forma sencilla e intuitiva. Muy fácil de utilizar para los alumnos. Información: http://www.ti.com/calc
Cinderella	Propietario	Es barato y existen licencias educativas. Excelente para "hacer geometría interactiva", para generar materiales Web (páginas con applet's interactivos rápidos y de gran calidad), genera imágenes en formatos postscript, permite trabajar en geometrías no euclídeas, etc. Información y demo en: http://www.cinderella.de
Geup	Propietario	Se trata de un excelente programa, similar a Cabri y a Cinderella. Información, demo y compra del programa en: http://www.geup.net/index_esp.htm
Regla y compás	Versión beta Libre	"Regla y compás": un cómodo programa para generar sencillos applet's geométricos interactivos. Es un programa alemán (dirección alemana), pero en la siguiente dirección aparece toda la información traducida al castellano por un profesor colombiano: http://matematicas.uis.edu.co/ryc/
DrGeo	Libre	Se trata de un excelente e intuitivo programa gratuito para hacer Geometría al estilo de Cabri. Fácil de usar. Información y descarga: http://offset.sourceforge.net/drgeo/
WinGeo	Libre	Forma parte de un conjunto de distintos programas conocido con el nombre de "Peanut Software". Descarga e información: http://math.exeter.edu/rparris/
Rotate	Libre	Programa libre para visualizar poliedros a partir de archivos "*.rot" que se encuentran en la red o que se pueden diseñar. Descarga en: http://www.silicon-alley.com/
Poly	Demo sin limitaciones	Permite visualizar poliedros, imprimir sus desarrollos etc. Disponible en: http://www.peda.com/
GeoGebra	Libre	Software interactivo en el que se relaciona la Geometría y álgebra. Descargar www.geogebra.org
Geometra	Propietario	Software similar al Cabri muy difundido en América latina. www.keypress.com/sketchpad/

Nota: extraído de Fleitas, C (SF).

4.2 Consideraciones en el uso de software en geometría

A continuación se señalan algunos argumentos pertinentes en el uso de software para el aprendizaje de la geometría.

El uso de software geométrico puede minimizar los errores de construcción. La construcción de figuras en geometría es indispensable para su aprendizaje, pero esto crea una dependencia de los instrumentos con los que se cuentan para realizarlas. La regla y el compás son grandes herramientas pero, al igual que otras, cuentan con un nivel de error e incertidumbre que pueden provocar conjeturas erróneas y éstas a su vez, provocar aprendizajes ambiguos o equivocados.

La posibilidad de simular muchas situaciones en un tiempo menor que la construcción clásica, permite enfrentarse a muchos casos de una situación particular, permitiendo utilizar el tiempo en conjeturar más que en construir.

La posibilidad de conectar el álgebra y la geometría, es una ventaja de la que se puede echar mano, ya sea en la algebrización de conceptos geométricos como en la descripción geométrica de relaciones algebraicas. Para Santos (2001) la tecnología contribuye a que los estudiantes exploren y relacionen varios temas de las Matemáticas.

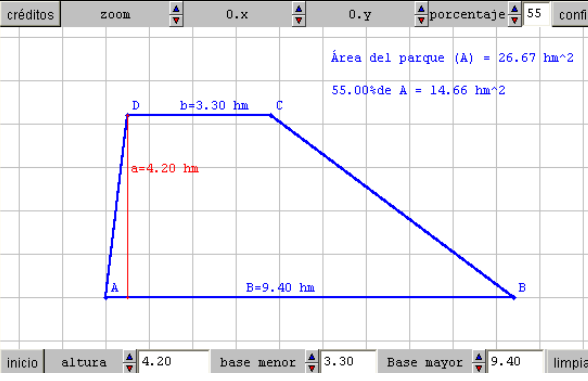
Herramientas como barras deslizantes y creaciones de trazos pueden mejorar en muchos sentidos la visualización de ciertas características o propiedades geométricas y analíticas.

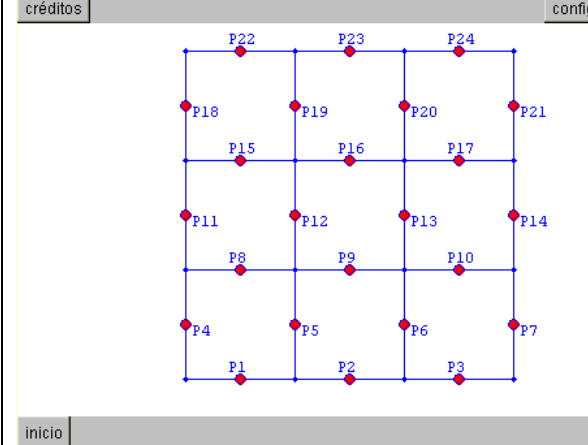
Ejemplo y contra-ejemplo. Según González (1999) algunos sistemas de geometría dinámica incluyen una exploración de casos que genera y prueba ejemplos de una propiedad conjeturada, concluyendo su veracidad. Inclusive, Stylianides G. y Stylianides A. (2005) mencionan que se deben crear criterios de validación para las soluciones de problemas de construcción en ambientes de geometría dinámica.

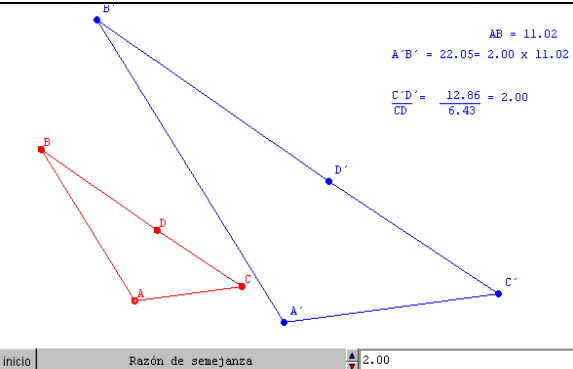
4.3 Actividades que involucran el uso de software, el caso del Proyecto Descartes

En 1985, el Ministerio de Educación y Ciencia de España inició una serie de proyectos con el fin de promover el uso de tecnología para el aprendizaje de las Matemáticas. Según su sitio oficial el proyecto Descartes (2006): El proyecto Descartes tiene como principal finalidad promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas integrando las TIC en el aula como herramienta didáctica.

Ejemplos de actividades en el Proyecto Descartes

<p>Autor: Candelas González Denigra</p>	<p>Captura de pantalla</p>
<p>En un terreno con forma de trapecio, cuya base mayor mide 4 hm, la base menor 3 hm y la altura 2 hm, el ayuntamiento quiere construir un parque. El 55 % del terreno se destinara a plantas, el 25 % a juegos y el resto a fuentes y paseos. Determina cuantos metros cuadrados se destinaran a cada cosa.</p>	 <p>créditos zoom 0.x 0.y porcentaje 55 config</p> <p>Área del parque (A) = 26.67 hm² 55.00% de A = 14.66 hm²</p> <p>inicio altura 4.20 base menor 3.30 Base mayor 9.40 limpiar</p>

<p>Autor: Rubén Jiménez</p>	<p>Captura de pantalla</p>
<p>Eres Capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> ...quitar 4 palillos y conseguir cinco cuadrados? ...quitar 6 palillos y conseguir cinco cuadrados? ...quitar 6 palillos y conseguir tres cuadrados? ...quitar 8 palillos y conseguir cuatro cuadrados? ..quitar 8 palillos y conseguir tres cuadrados? ..quitar 8 palillos y conseguir dos cuadrados? 	 <p>créditos config</p> <p>inicio</p>

Autor: Miguel Martín Cano	Captura de pantalla
<p>Puedes cambiar la posición de los puntos rojos. Para volver al principio, pulsa el botón inicio. Observa bien la escena. Obtén distintas figuras. Las dos figuras resultantes siempre son semejantes. ¿Por qué? Cambia la razón de semejanza y observa el resultado</p>	 <p>AB = 11.02 $A'B' = 22.05 = 2.00 \times 11.02$ $\frac{C'D'}{CD} = \frac{12.86}{6.43} = 2.00$</p> <p>inicio Razón de semejanza 2.00</p>

5. Conclusiones

Los datos a nivel nacional e internacional sobre el aprendizaje de las matemáticas, y en especial, sobre la geometría parecen ser no muy alentadores; una de las tareas permanentes en nuestro programa educativo es mejorar la motivación del estudiante para aprender Matemáticas, aunque el “cómo” sigue siendo una tarea complicada.

Mediar el aprendizaje de nuestros estudiantes a través de materiales concretos y el uso de software podría beneficiar el proceso, pero se debe reconocer que involucra, muchas veces, mayor cantidad de tiempo en la preparación, si lo comparamos con una clase magistral.

En la elaboración de actividades que utilicen este tipo de materiales, el docente debe partir del nivel de razonamiento en el que se encuentren los estudiantes, pues éstas deben orientarse a desarrollar habilidades y destrezas que le permitan acceder a un nivel superior de razonamiento; el grado de profundidad de las actividades y los materiales a utilizar representan un criterio exclusivo del profesor.

Por otro lado, la experiencia adquirida durante el proceso de elaboración de estos materiales, su evaluación y aplicación, muchas veces no es compartida por el docente con otros colegas debido a los pocos espacios para la publicación de este tipo de recursos.

Una forma de evitar esta situación es impulsar la creación de grupos de docentes interesados en el uso de estos materiales y, aunque muchas de estas iniciativas deben provenir del cuerpo de profesores, las instituciones tienen una cuota de responsabilidad al plantear agendas y proyectos que involucren su interacción para que compartan sus experiencias.

6. Bibliografía

Alfaro, A. (2003). Rendimiento por temas en las pruebas nacionales de matemáticas en Tercer Ciclo y Bachillerato. *Revista UNICIENCIA*, Vol. 20, Número 1. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.

Báez, M.; Hernández, S. (2002). El uso de material Concreto par la Enseñanza de la Matemática. *Memorias de la octava reunión de análisis: La actividad experimental en la enseñanza de las Ciencias Naturales y Exactas*. Rescatado de [<http://redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=229>] el [9/8/2008]

Barrantes, H. (2002). Taller: Metodología y didáctica de la Geometría en la enseñanza media. *Memoria XII Simposio Costarricense sobre Matemáticas, Ciencias y Sociedad*. Escuela Naciones Unidas, San José.

Barrantes, H. (2003). Pruebas nacionales de matemáticas: resultados y opiniones, *Revista UNICIENCIA*, Vol. 20, Número 1. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.

Barrantes, M.; Blanco, L. (2005). Análisis de las concepciones de los profesores en formación sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría. *Números*, 62. pp. 33 - 44.

Cabello, G. (2006). La enseñanza de la geometría aplicando los modelos de recreación y reflexión a través de la funcionalidad de materiales educativos. *Memorias del V Festival Internacional de Matemática: Matemática como lenguaje para interpretar nuestro entorno*. Recuperado de [<http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-Gaby-Cabello.pdf>] el [8/9/2008]

Cotic, N. (2000). *Geometría en acción*. Sociedad Argentina de Educación Matemática. Recuperado de [<http://www.soarem.org.ar/Publicaciones/Geometria%20en%20accion.pdf>] el [07/06/2008]

Fleitas, C. (SF). *Programas informáticos interesantes para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza secundaria y en el bachillerato y applet interactivos*. Ministerio de Educación Política Social y Deporte, España. Rescatado de [<http://centros5.pntic.mec.es/~marque12/matem/softw.htm>] el [9/8/2008]

Galvis, A. (1992). *Ingeniería de software educativo*. Editorial Ediciones Unidas, Colombia.

González, M. (1999). *El papel de las nuevas tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría*. Informe Número 1 para el Grupo de Aprendizaje de la Geometría (SEIEM).

Jaime, A. (1995). ¿Por qué los estudiantes no comprenden la geometría? En Gutiérrez, A.; Jaime, A. (Eds.) *Geometría y algunos aspectos generales de la ecuación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Jonassen, D. (1998). Computadores como herramientas de la mente. *TechTrends*, V.43 n2, pp. 24 -32. Recuperado de [<http://www.eduteka.org/Tema12.php>] en [26/04/2008]

Lastra, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en Escuelas críticas*. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Sociales, Escuela de Postgrado, Programa de Magíster.

Mendoza, L.; Quintanilla, V.; Gallardo, J. (2001). *Recursos y Materiales Didácticos para la Enseñanza de las Matemáticas*. Recuperado de [<http://usuarios.lycos.es/khipuamauta/recursos.doc>] el [8/9/2008]

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Enlace de Editores Ltda. Colombia, Bogotá.

Ministerio de Educación Política y Deporte (2006). *Proyecto Descartes*. Gobierno de España. Recuperado de [<http://descartes.cnice.mec.es/>] el [07/06/2008]

Morales, Y.; Poveda, R. (2008). Construcción de cuerpos sólidos y el principio de Cavalieri con apoyo de tecnología: Cabri 3D. *Memorias I CICMA*, UNA.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA, EUA: National Council of Teachers of Mathematics.

PUEMAC. (2004). *Tangram*. Instituto de Matemáticas de la UNAM. [<http://www.interactiva.matem.unam.mx/matechavos/coco/html/tangram/html/tangram.htm>] el [07/06/2008]

Santos, M. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva*, 20, pp.247-258.

Stylianides G, Stylianides A. (2005). Validation of solutions of construction problems in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10: 31–47.